

# Modelagem Multifractal $\beta$ MWM Adaptativa para Tráfego de Redes de Computadores

Bruno Henrique Pereira Gonçalves<sup>1</sup>, Flávio Henrique Teles Vieira<sup>1</sup>,  
Victor Hugo Teles Costa<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação  
Universidade Federal de Goiás (UFG) – Goiânia, GO – Brasil

brunohpg@gmail.com, flavio@eee.ufg.br, victor@vcosta.com.br

**Abstract.** *In this paper, we propose an adaptive model based on the Multifractal Wavelet Model (MWM). We show how the parameters of the  $\beta$ MWM, that is a particular form of the MWM, can be estimated in real-time through the proposed approach that uses the Haar wavelet. We verify the performance of the modeling comparing the statistics of real traffic series with statistics of synthetic series generated by the model. We show that the proposed adaptive modeling provides similar results to those of the original modeling.*

**Resumo.** *Neste artigo propomos uma modelagem adaptativa baseada no Modelo Wavelet Multifractal (MWM-Multifractal Wavelet Model). Mostramos como os parâmetros do  $\beta$ MWM, que é um caso particular do MWM, podem ser estimados em tempo real através da abordagem proposta onde utilizamos a Wavelet de Haar. Verificamos o desempenho da modelagem comparando as estatísticas de séries reais de tráfego de redes de computadores com estatísticas de séries sintéticas geradas pelo modelo. Mostramos que a modelagem adaptativa proposta apresenta resultados similares aos da modelagem original.*

## 1. Introdução

O desempenho de redes de comunicações é alvo de pesquisas constantes, e muitos são os trabalhos propondo modelos para descrição do tráfego de redes [1][2][3][4]. Técnicas de análise que proporcionam melhor compreensão do comportamento do tráfego de redes são muito importantes na concepção e otimização de redes de comunicações [5]. Uma vez obtido um modelo adequado para o tráfego, profissionais da área de redes podem prever o desempenho da rede por meio de técnicas analíticas ou por meio de simulação e assim propõem mecanismos mais eficientes para provisão de QoS (Qualidade de Serviço) e controle dos fluxos que trafegam pela rede.

Algumas características do tráfego de redes de computadores não são consideradas por modelos de tráfego mais simplificados, como modelos Markovianos. Muitos estudos revelam a alta variabilidade de fluxos de redes, ou seja, o tráfego contém rajadas em várias escalas de tempo, em contraste a suposição de que rajadas só existem em escalas curtas de tempo [6][7]. Foi mostrado que estas incidências de rajadas multiescalas tem um impacto significativo no desempenho das redes [6][7][8]. Modelos mais realistas foram propostos, inicialmente caracterizando a autossimilaridade do tráfego[9]. O termo autossimilaridade se refere normalmente a processos assintoticamente autossimilares de

segunda ordem ou monofractais [10]. O parâmetro de Hurst mede o grau de autossimilaridade do processo. No entanto, para muitos processos de tráfego de rede, a energia em escala dos coeficientes *wavelet* ou os gráficos variância-tempo normalmente não demonstram comportamento linear. Muitos destes processos têm comportamento fractal com parâmetro de Hurst variado em diferentes escalas de tempo pequenas [11], ou seja, são multifractais. Introduzido por Mandelbrot [12], os modelos multifractais foram aplicados amplamente a várias áreas científicas. No campo de tráfego de redes, vários modelos foram propostos [1][3][4][13][14]. O MWM (*Multifractal Wavelet Model*)[14] é um modelo multifractal que se destaca por aplicar a transformada *wavelet* à série de tráfego e apresentar várias alternativas de modelagem.

Muitas técnicas de modelagem de tráfego encontradas na literatura partem de um conhecimento prévio das características do tráfego. A modelagem do tráfego em tempo real que se adapta às variações de características do fluxo é muito interessante para tomada de decisões adequadas relativas à concepção e gestão de redes.

Neste trabalho, propomos uma modelagem multifractal adaptativa baseada no modelo  $\beta$ MWM - derivada da modelagem MWM - e apresentamos o desempenho da modelagem em função do número de amostras fornecidas ao modelo. A estimação adaptativa dos parâmetros do modelo permite que estes parâmetros sejam adaptados de forma a acompanhar as mudanças do tráfego a ser modelado. Com isso, diferente de um modelo estático, temos uma atualização contínua do modelo, que pode ser utilizado em aplicações que envolvam mudanças no comportamento do tráfego.

O artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2, abordamos os princípios do funcionamento do modelo  $\beta$ MWM; na seção 3 apresentamos nossa proposta de modelo  $\beta$ MWM adaptativo; na seção 4 apresentamos o desempenho da modelagem para algumas séries de tráfego reais; na seção 5 fazemos algumas considerações finais sobre o trabalho.

## 2. $\beta$ MWM

O *Multifractal Wavelet Model* (MWM) é um modelo multifractal com grande destaque na modelagem de tráfego de redes [14][15]. Ele é baseado em uma cascata multiplicativa no domínio *wavelet*. A transformada *wavelet*[16][17] discreta é usada neste modelo devido a sua capacidade de representação multiescala de sinais. O MWM apresenta mais de uma modelagem para os coeficientes *wavelet* e coeficientes de escala, gerados pela transformada *wavelet*. Uma dessas modelagem é o  $\beta$ MWM.

O processo de modelagem do  $\beta$ MWM realiza a transformada discreta de *wavelet* de Haar para um número fixo de camadas,  $J$ , da cascata multiplicativa binomial[4] para a série completa em uma única etapa. A partir dos coeficientes *wavelet* ( $W_{j,i}$ ) e coeficientes de escala ( $U_{j,i}$ ) gerados, por camada  $j \quad \forall \quad 0 \leq j \leq J - 1$ , os parâmetros MWM são estimados.

Para se compreender o modelo MWM, devemos citar alguns conceitos da transformada *wavelet*. A transformada *wavelet* discreta é usada para representação multiescala de sinais da seguinte forma:

$$f(t) = \sum_k U_{J_0,k} \phi_{J_0,k}(t) + \sum_{j=J_0}^{\infty} \sum_k W_{j,k} \varphi_{j,k}(t) \quad (1)$$

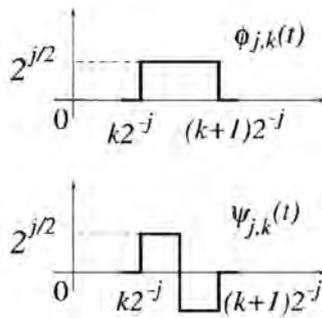


Figura 1. Funções escala  $\phi_{j,k}(t)$  e *wavelet* de Haar  $\varphi_{j,k}(t)$

onde  $W_{j,k}$  e  $U_{J_0,k}$  são respectivamente os coeficientes *wavelet* e de escala, dados por:

$$W_{j,k} = \int f(t)\varphi_{j,k}(t)dt \tag{2}$$

e

$$U_{j,k} = \int f(t)\phi_{j,k}(t)dt \tag{3}$$

A Figura 1 exibe as funções escala  $\phi_{j,k}(t)$  e *wavelet* de Haar  $\varphi_{j,k}(t)$  utilizadas na representação multiescala do sinal. Pode-se demonstrar que os coeficientes de escala dados pela equação (3) podem ser recursivamente calculados utilizando a *wavelet* de Haar  $\varphi_{j,k}(t)$  através das seguintes equações:

$$U_{j,2k} = 2^{-1/2}(U_{j-1,k} + W_{j-1,k}) \tag{4}$$

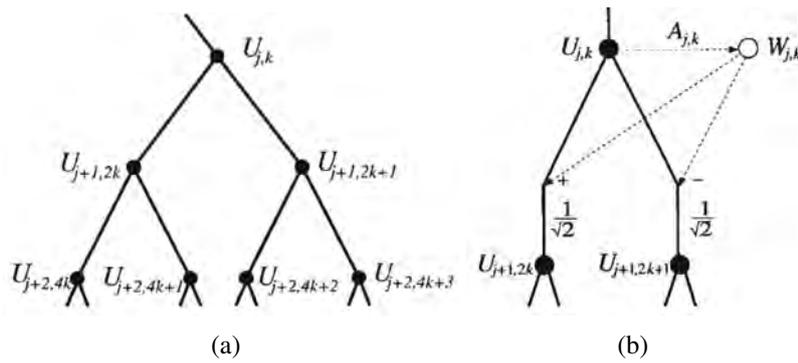
$$U_{j,2k+1} = 2^{-1/2}(U_{j-1,k} - W_{j-1,k}) \tag{5}$$

Este processo recursivo é repetido até que se atinja a resolução desejada ou equivalentemente, até que se obtenha o número desejado de amostras, formando uma árvore binária de coeficientes de escala. A Figura 2 apresenta a árvore binária formada para obtenção dos coeficientes de escala representada pelas equações (4) e (5). No modelo MWM, a fim de assegurar a não-negatividade da série de tráfego sintético, determinadas condições devem ser impostas a seus coeficientes *wavelet* e de escala. Os coeficientes  $U_{j,k}$  representam a média local do processo em escalas e deslocamentos de tempo diferentes. A condição  $X(t) \geq 0, \forall t$ , impõe que,  $U_{j,2k+1} \geq 0, \forall j, k$ . Impondo a condição  $U_{j,k} \geq 0, \forall j, k$ , pode-se afirmar que  $|W_{j,k}| \leq U_{j,k}, \forall j, k$ . Os coeficientes *wavelet* são gerados a partir da equação:

$$W_{j,k} = U_{j,k}A_{j,k} \tag{6}$$

onde  $A_{j,k}$  é uma variável aleatória cujo valor está em  $[-1, 1]$ . Além disso, supõe-se algumas condições para esta variável: os multiplicadores  $A_{j,k}$  são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d) dentro de cada escala, são também independentes de  $U_{j,k}$  e simétricos em torno de zero. No caso particular do  $\beta$ MWM, os multiplicadores  $A_{j,k}$  são modelados segundo uma distribuição beta simétrica[18]. A função densidade de probabilidade da distribuição beta simétrica é dada por:

$$f(x) = \frac{(1+x)^{p-1}(1-x)^{p-1}}{B(p,p)2^{2p-1}} \tag{7}$$



**Figura 2. Arvore binária dos coeficientes de escala**

onde  $B(\cdot, \cdot)$  é a função beta e  $p$  é o parâmetro que determina a forma da distribuição. Os multiplicadores  $A_{j,k}$  são escolhidos de forma a controlar as energias dos coeficientes *wavelet*. Assim, obtêm-se as seguintes relações [14]:

$$n_j = \frac{E(W_{j-1,k}^2)}{E(W_{j,k}^2)} = \frac{2p_j + 1}{p_{j-1} + 1} \tag{8}$$

e

$$(2p_0 + 1)E(W_{0,0}^2) = E(U_{0,0}^2) \tag{9}$$

Pode-se notar que  $p_j$  é usado para capturar o decaimento da energia dos coeficientes *wavelet* em escala,  $n_j$ . O coeficiente de escala  $U_{0,0}$  na maior escala (mais fina) é modelado como sendo uma variável aleatória normal com média,  $\mu_c$ , e a variância,  $\sigma_c^2$ , iguais aos dos coeficientes de escala dos fluxos de tráfego reais.

O  $\beta$ MWM relaciona o decaimento de energia dos coeficientes *wavelet*  $n_j$  por camada  $j$  com os valores dos parâmetros  $p_j$  das distribuições beta simétrica, utilizadas para modelar os multiplicadores  $A_{j,k}$ . Os parâmetros  $p_k$  são estimados, recursivamente, por:

$$p_j = \frac{n_j}{2} (p_{j-1} + 1) - \frac{1}{2} \tag{10}$$

Considerando um tempo discreto  $k$ , tem-se que o processo discreto de tráfego MWM  $X[k]$  é obtido pelos coeficientes de escala  $U_{j,k}$  na escala mais fina  $j$ , da seguinte forma:

$$X[k] = 2^{-\frac{j}{2}} U_{j,k} \tag{11}$$

O MWM pode precisamente modelar a dependência de longa duração presente nos dados de tráfego assim como capturar outras características multifractais. Entretanto, uma desvantagem do MWM é o número de parâmetros a serem estimados, que para isso, faz uso de toda série de tráfego. Dessa forma, o MWM se torna inadequado a aplicações em tempo real.

### 3. $\beta$ MWM Adaptativo

Nesta seção, propomos um modelo  $\beta$ MWM Adaptativo. Ao invés do processamento de todos os dados da série de tráfego em uma única etapa, propomos o processamento iterativo em janelas de tamanho fixo de  $2^J$  amostras, onde  $J$  é o número de camadas da cascata

modeladas. Apenas algumas variáveis são armazenados no processo de modelagem, não havendo a necessidade de guardar uma grande quantidade de dados sobre o fluxo. Note que as séries de tráfego neste trabalho representam quantidade de bytes em determinados instantes de tempo.

A modelagem proposta é feita da seguinte forma: Primeiramente as variáveis do modelo são iniciadas, ou seja, fazemos o segundo momento dos coeficientes *wavelet*,  $E[W_{j,k}^2](0) = 0$ ; média e variância dos coeficientes de escala  $\mu_c(0) = 0$  e  $\sigma_c^2(0) = 0$ ; contador de janela  $n = 0$ . E depois, a cada janela não sobreposta de  $2^J$  amostras:

**Algoritmo 1: Algoritmo para Estimação Adaptativa dos Parâmetros do  $\beta$ MWM**

**1º passo** Realiza-se a transformada de Haar na janela de dados. A transformada de Haar em cada janela de  $2^J$  amostras gera  $2^j$  coeficientes *wavelet* - nomeados de  $\tilde{W}_{j,k}$  - por camada  $j$  e um coeficiente de escala - nomeado de  $\tilde{U}_{0,0}$  - na camada  $j = 0$ ;

**2º passo** Atualiza-se o segundo momento  $E[W_{j,k}^2]$  dos coeficientes *wavelet* através da equação:

$$E[W_{j,k}^2](n+1) = E[W_{j,k}^2](n) \left( \frac{n}{n+1} \right) + \frac{\sum_{i=0}^{2^j-1} \tilde{W}_{j,i}^2}{(n+1)2^j} \quad (12)$$

**3º passo** As taxas de energia  $n_j$  são recalculadas segundo a equação (8) e os parâmetros  $p_j$  são recalculados segundo a equação (10).

**4º passo** As estatísticas dos coeficientes de escala são atualizados segundo as equações:

$$\mu_c(n+1) = \mu_c(n) \left( \frac{n}{n+1} \right) + \frac{\tilde{U}_{0,0}}{n+1} \quad (13)$$

$$\sigma_c^2(n+1) = \left( \sigma_c^2(n) + (\mu_c(n))^2 \right) \left( \frac{n}{n+1} \right) - (\mu_c(n+1))^2 + \frac{(\tilde{U}_{0,0})^2}{n+1} \quad (14)$$

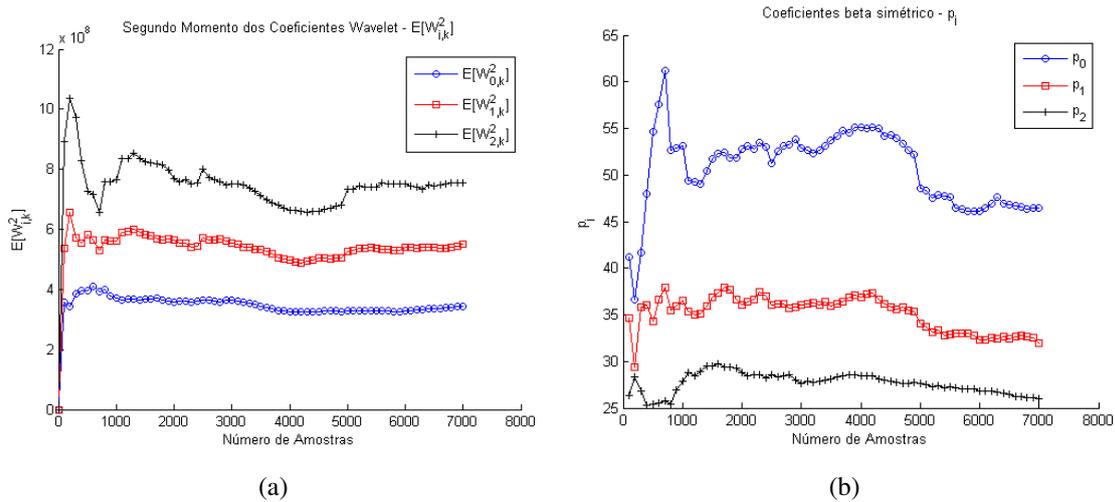
O processo é repetido a cada nova janela de dados de  $2^J$  amostras, incrementando o valor da variável  $n$  em 1. Assim, com o algoritmo adaptativo proposto obtém-se os parâmetros do modelo  $\beta$ MWM que são:  $p_j$ s,  $\mu_c$  e  $\sigma_c^2$ .

#### 4. Resultados

Para avaliar o desempenho da modelagem proposta, modelamos as séries de tráfego Internet/TCP-IP reais dec-pkt-3 e dec-pkt-4<sup>1</sup>, ambas agregadas em intervalos de 512ms. Para a série dec-pkt-3, além dos coeficientes de escala, três camadas da cascata multiplicativa foram modeladas, ou seja,  $J = 3$ ; e para a série dec-pkt-4, quatro camadas,  $J = 4$ . As simulações foram realizadas utilizando-se um computador com processador Intel Core i5 e 4GB de memória RAM.

A Figura 3(a) apresenta os valores dos parâmetros beta simétrico,  $p_j$ s, para cada camada  $j$ ,  $j = 0, 1, 2$ , estimados para a série dec-pkt-3-512ms em função do número de amostras da série. A série dec-pkt-3-512ms corresponde aos valores de quantidade de

<sup>1</sup><http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/DEC-PKT.html>



**Figura 3. Segundo momento dos coeficientes *wavelet* e parâmetros beta simétrico estimados para a série dec-pkt-3-512ms**

bytes na escala de tempo de 512ms da série TCP-IP dec-pkt-3. A Figura 3(b) apresenta o segundo momento dos coeficientes *wavelet*,  $E[W_{j,k}^2]$ , para cada camada  $j$ , em função do número de amostras. As Figuras 4(a) e 4(b) mostram, respectivamente, a evolução dos valores dos parâmetros média,  $\mu_c$ , e variância,  $\sigma_c^2$ , dos coeficientes de escala gerados pela transformada *wavelet* para a série dec-pkt-3-512ms pelo número de amostras da série. Pode-se observar pela Figura 4 que os valores de média,  $\mu_c$ , e variância,  $\sigma_c^2$ , dos coeficientes de escala tendem à medida que o número de amostras aumenta aos valores obtidos com o MWM tradicional (*on batch*) cujos valores são  $\mu_c = 2.6161 \cdot 10^5$  e  $\sigma_c^2 = 2.3783 \cdot 10^9$ .

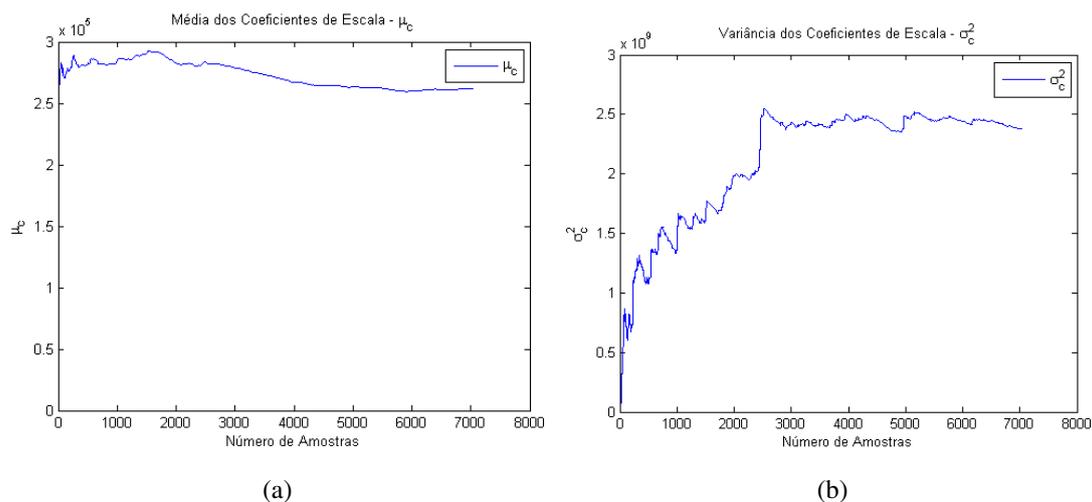
Comparamos os momentos das séries reais com os momentos de séries sintéticas geradas a partir da modelagem em função do número de amostras. As curvas de momentos geradas pela modelagem  $\beta$ MWM não adaptativa se sobrepõe as curvas de momentos geradas pela modelagem proposta para o mesmo número de amostras. Essas comparações são apresentadas na Figura 5, para a série dec-pkt-4-512ms. O processo de síntese de uma série sintética a partir do modelo MWM está descrito em [14].

As figuras mostram que a modelagem  $\beta$ MWM adaptativa consegue modelar estatísticas de várias ordens com grande precisão. A maior parte dos parâmetros tendem a se estabilizarem com o aumento do número de amostras, mostrando que o algoritmo conseguiu extrair as principais características da série antes de terminar o processamento de todas as amostras.

## 5. Conclusão

Associando estimação adaptativa de parâmetros ao MWM conseguimos modelar estatísticas de várias ordens do tráfego de rede em tempo real, adaptando os parâmetros do modelo às variações do fluxo de tráfego. Os resultados apresentados mostram que o modelo adaptativo descreve tão bem quanto ao MWM *on batch* as estatísticas dos fluxos de tráfego reais considerados.

Devido a tal resultado de desempenho, o modelo adaptativo proposto pode ser

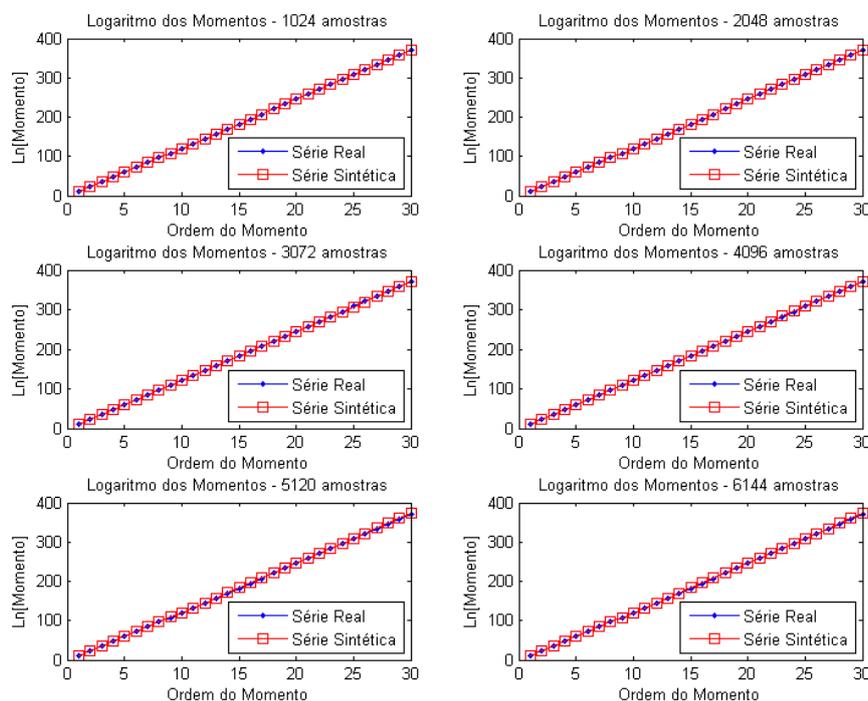


**Figura 4. Parâmetros Média e Variância dos Coeficientes de Escala da série dec-pkt-3-512ms**

aplicado a várias técnicas de controle do fluxo de tráfego de redes de computadores, aprimorando tais técnicas.

### Referências

- [1] Krishna, M. P., Gadre, V. M. e Dessay, U. B. (2003) “Multifractal based network traffic modeling”. Kluwer Academic Publishers.
- [2] Lee, I. W. C. e Fapojuwo, A. O. (2005) “Stochastic processes for computer network traffic modelling”. Computer Communications, vol. 29, pp.1-23.
- [3] Vieira, F. H. T. e Ling, L. L. (2008) “Modelagem de Tráfego de Redes Utilizando Cascata Multifractal Generalizada”. RITA, Vol.15, No. 2.
- [4] Rocha, F. G. C. e Vieira, F. H. T. (2009) “Modelagem de tráfego de vídeo MPEG-4 utilizando cascata multifractal com distribuição autorregressiva dos multiplicadores”. I2TS, Florianópolis, SC.
- [5] Frost, V. and Melamed, B. (1994) “Traffic modeling for telecommunications networks”. IEEE Communications Magazine 32:3, 70-81.
- [6] Leland, W. E., Taqqu, M. S., Willinger, W., Wilson, D. V. (1994) “On the self-similar nature of Ethernet traffic” (extended version). IEEE/ACM Transactions on Networking, v. 2, n. 1, pp.1-15.
- [7] Paxson, V., Floyd, S. (1995) “Wide-area traffic: The failure of Poisson modeling”. IEEE/ACM Transactions on Networking, v.3, n.3, pp.226-244.
- [8] Erramilli, A., Narayan, O., Willinger, W. (1996) “Experimental Queueing Analysis with Long-Range Dependent Packet Traffic”. IEEE/ACM Trans. on Net., v. 4, n.2, Abril.
- [9] Liebeherr, J., Patek, S. D., Burchard, A. (2003) “Statistical per-flow service bounds in a network with aggregate provisioning”. IEEE INFOCOM., v. 3, 30 Março a 3 Abril, pp.1680-1690.
- [10] Park, K., Willinger, W. (2000) “Self-similar Network Traffic and Performance Evaluation”, John Wiley and Sons, New York.



**Figura 5. Comparação entre momentos da série dec-pkt-4-512ms e momentos da série a partir do modelo**

- [11] Li, Q., Mills, D.(1999) “Investigating the Scaling Behavior, Crossover and Anti-persistence of Internet Packet Delay Dynamics”. Globecom 3,pp. 1843-1852.
- [12] A. Fisher, L. Calvet, and B. B. Mandelbrot (1997) “Multifractality of Deutschmark/US Dollar Exchanges Rates”. Yale University.
- [13] S. Molnár, T. D. Dang, I. Maricza (2002) “On the queue tail asymptotics for general multifractal traffic”, In Proc., IFIP Networking 2002, Pisa, Italia.
- [14] Riedi, R. H., Crouse, M. S., Ribeiro, V. J. e Baraniuk, R. G. (1999) “A multifractal wavelet model with application to network traffic”. IEEE Trans. on Information Theory, vol. 45, no.3, pp. 992-1018.
- [15] Ribeiro, V. J., Riedi, R. H., Crouse, M. S., Baraniuk, R. G. (2000) “Multiscale queueing analysis of long-range dependent traffic”. Proc. IEEE Infocom.
- [16] Vieira, F. H. T., Costa, V. H. T., Gonçalves, B. H. P. (2013) “Neural Network Based Approaches for Network Traffic Prediction”. Artificial Intelligence, Evolutionary Computing and Metaheuristics, pp. 657-684
- [17] Chui, C. K. (1992) “An Introduction to Wavelets”. San Diego: Academic.
- [18] Spiegel, M. R.; Liu, J. (2011) “Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas”. Col. Schaum - 3ª Ed, Makron Books.